

Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL

Curso: Engenharia Química.

Disciplina: Integrais de Funções de uma ou mais variáveis.

Professor: Paulo Henrique Rufino

Data: 03/07/2020.

Aluna: Emily Silveira.

AD3 de INTEGRAIS DE FUNÇÕES DE UMA OU MAIS VARIÁVEIS

- 1) Utilize coordenadas polares para determinar o volume do sólido dado: delimitado por $z = x^2 + y^2$ e $z = 4 - x^2 - y^2$. (3,0 pontos)

Handwritten solution for problem 1:

$$\begin{aligned} 1 - \quad z &= x^2 + y^2 = u^2 \\ z &= 4 - x^2 - y^2 \\ z &= 0 \rightarrow x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 &= 4 \rightarrow u = 2. \end{aligned} \quad \sim \quad \begin{aligned} z &= 4 - x^2 - y^2 \\ z &= 4 - 1(x^2 + y^2) \\ z &= 4 - u^2 \end{aligned}$$
$$V = \iint_R (4 - u^2) u \, du \, d\theta \quad R = \begin{cases} 0 \leq u \leq 2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$
$$\begin{aligned} V &= \int_0^{2\pi} \int_0^2 (4 - u^2) u \, du \, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^2 (4u - u^3) \, du \, d\theta = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{4u^2}{2} - \frac{u^4}{4} \right]_0^2 d\theta = \int_0^{2\pi} \left(\frac{4 \cdot 2^2}{2} - \frac{2^4}{4} \right) - (0 - 0) \, d\theta = \\ &= \int_0^{2\pi} (8 - 4) \, d\theta = 4\theta \Big|_0^{2\pi} = 8\pi \text{ u.v.} \end{aligned}$$

- 2) Calcular $\iint_D f(x,y) \, dA$, se $x + y + z = 1$. (2,0 pontos)

Handwritten solution for problem 2:

$$2 - \iint_D f(x,y) \, dA, \text{ se } x + y + z = 1.$$
$$R = \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 - x \end{cases}$$
$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^{1-x} (1 - x - y) \, dx \, dy &= \int_0^1 \left[-2x - \frac{(-x+1)^2}{2} + 1 \right]_0^{1-x} dy = \\ &= \int_0^1 \left[-2x - \frac{(-x+1)^2}{2} + 1 \right] dx = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$