

Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL

Curso:

Disciplina: INTEGRAIS DE FUNÇÕES DE UMA OU MAIS VARIÁVEIS

Professor: Paulo Henrique Rufino

Data: 03/07/2020

Aluno: RAFAEL ROCHA DA SILVA

AD3 de INTEGRAIS DE FUNÇÕES DE UMA OU MAIS VARIÁVEIS

1) Utilize coordenadas polares para determinar o volume do sólido dado: delimitado por $z = x^2 + y^2$ e $z = 4 - x^2 - y^2$. (3,0 pontos)

2)

Calcular $\iint_D f(x, y) dA$, se $x + y + z = 1$. (2,0 pontos)

RESPOSTA ABAIXO

$$\textcircled{1} \quad z = x^2 + y^2 \quad \text{e} \quad z = 4 - x^2 - y^2$$

$$z = r^2$$

$$z = 4 - r^2$$

$$x^2 + y^2 = 4 - x^2 - y^2$$

$$2x^2 + 2y^2 = 4$$

$$2(x^2 + y^2) = 4$$

$$x^2 + y^2 = 2$$

$$r^2 = 2$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$R: \begin{cases} 0 \leq r \leq \sqrt{2} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (4 - r^2) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (4r - r^3) dr \cdot d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\frac{4r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^{\sqrt{2}} d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[4 \cdot \frac{(\sqrt{2})^2}{2} - \frac{(\sqrt{2})^4}{4} \right] d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} (4 - 1) d\theta = \int_0^{2\pi} 3 d\theta = 3 \cdot \theta \Big|_0^{2\pi} = 3 \cdot 2\pi = 6\pi$$

$$\textcircled{2} \iint_D f(x, y) dA, \text{ se } x+y+z=1.$$

$$R = \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1-x \end{cases}$$

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} (1-x-y) dx dy = \int_0^1 \left[-2x - \frac{(-x+1)^2}{2} + 1 \right]_0^{1-x} dy =$$

$$= \int_0^1 \left[-2x - \frac{(-x+1)^2}{2} + 1 \right] dx = \left[x^2 - 2x - \frac{(-x+1)^2}{2} + 1 \right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{6} //$$